

PROGRESSION OR JANJANG

TRIAL NEGERI SPM
2022 ADD MATHS
KERTAS 2
SIR VEN



Q1: SELANGOR (SET 2)

- (a) Sebutan ketiga, keenam dan kedua belas suatu jangjang aritmetik adalah sebutan berturutan suatu jangjang geometri.

Cari nisbah sepunya bagi jangjang geometri itu.

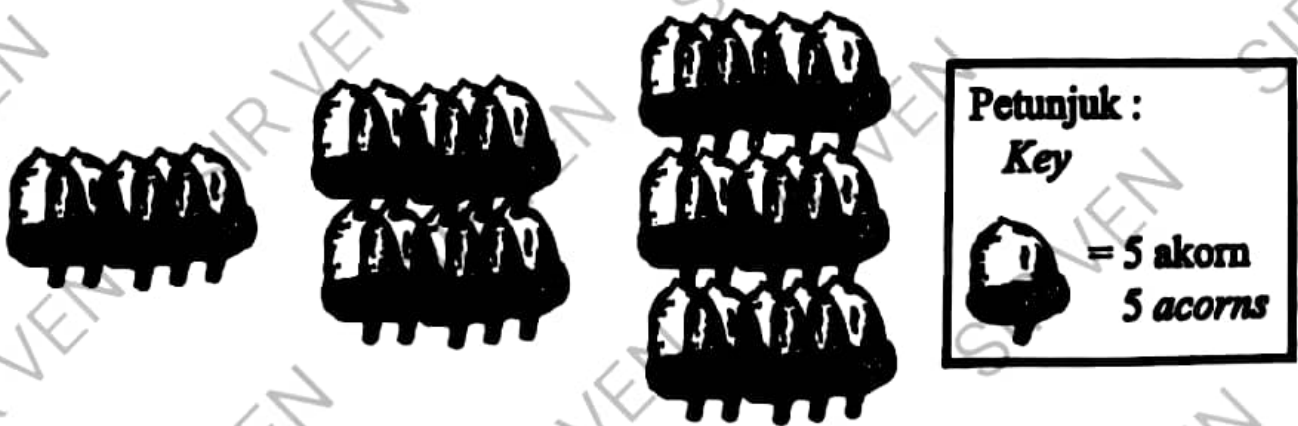
The third, sixth and twelfth terms of an arithmetic progression are consecutive terms of a geometric progression.

Find the common ratio of the geometric progression.

[4 markah]

[4 marks]

(b)



Rajah 2
Diagram 2

Seekor tupai ingin menyimpan lebih daripada 1 000 biji akorn sebagai makanannya untuk musim sejuk. Rajah 2 menunjukkan simpanannya untuk 3 hari yang pertama. Dia meneruskan simpanannya dalam bentuk jangjang aritmetik.

Cari jumlah akorn yang ada dalam simpanannya pada hari terakhir apabila jumlahnya telah mencukupi.

A squirrel wanted to store more than 1 000 acorns as its food for the winter. Diagram 2 shows its stock for the first 3 days. It continued his stock in the form of an arithmetic progression.

Find the total number of acorns it had in its stock on the last day when the number was sufficient.

[3 markah]

[3 marks]

$$(a) \quad \dots, a + 2d, a + 5d, a + 11d, \dots$$

$$\frac{a + 5d}{a + 2d} = \frac{a + 11d}{a + 5d}$$

$$d = a$$

$$r = 2$$

$$(b) \quad \frac{n}{2} [2(25) + (n - 1)25] > 1000$$

$$n = 9$$

$$\begin{aligned} S_9 &= \frac{9}{2} [2(25) + (9 - 1)25] \\ &= 1125 \end{aligned}$$

Q2: SELANGOR (SET 1)

- (a) Sebutan kedua, ketiga dan keenam suatu jangjang aritmetik adalah tiga sebutan berturutan bagi suatu jangjang geometri.

Cari nisbah sepunya bagi jangjang geometri itu.

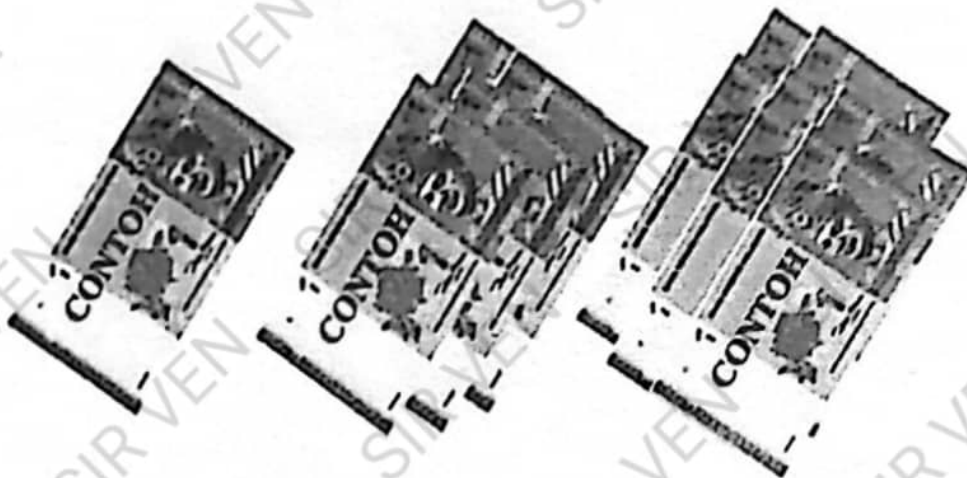
The second, third and sixth terms of an arithmetic progression are three consecutive terms of a geometric progression.

Find the common ratio of the geometric progression.

[4 markah]

[4 marks]

(b)



Hari pertama
First day

Hari kedua
Second day

Hari ketiga
Third day

Rajah 2
Diagram 2

Rylar ingin menyimpan wang untuk membeli hadiah bagi kawan baiknya yang berharga RM925. Rajah 2 menunjukkan simpanannya untuk 3 hari yang pertama. Dia meneruskan simpanannya dalam bentuk jangjang aritmetik.

Cari jumlah wang yang disimpannya pada hari terakhir apabila jumlah simpanannya mencukupi untuk membeli hadiah tersebut.

Rylar wanted to save money to buy his best friend a gift worth RM925. Diagram 2 shows his savings for the first 3 days. He continued his savings in the form of an arithmetic progression.

Find the amount he saved on the last day when his total savings was enough to buy the gift.

[3 markah]

[3 marks]

$$(a) \quad \dots, a + d, a + 2d, a + 5d, \dots$$

$$\frac{a + 2d}{a + d} = \frac{a + 5d}{a + 2d}$$

$$d = -2a$$

$$r = 3$$

$$(b) \quad \frac{n}{2} [2(1) + (n - 1)3] = 925$$

$$(n - 25)(3n + 74) = 0$$

$$T_{25} = 1 + (25 - 1)(3) = 73$$

Q3: KELANTAN

Hasil tambah n sebutan pertama suatu janjang aritmetik diberi oleh $S_n = an^2 + bn$.

The sum of the first n terms of an arithmetic progression is given by $S_n = an^2 + bn$.

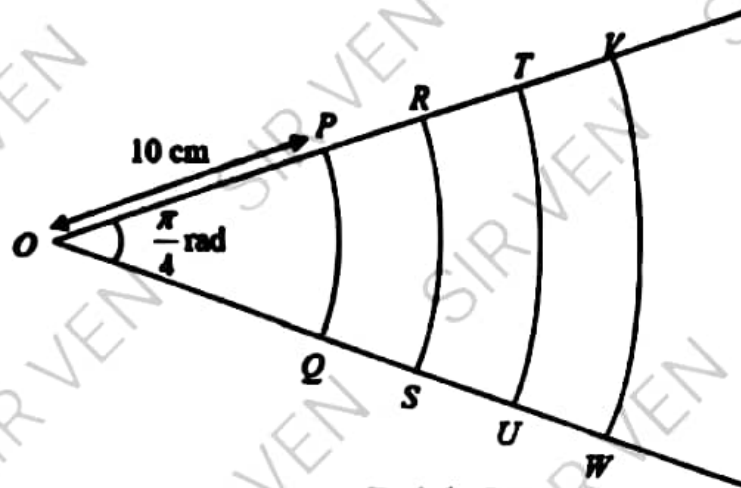
- (a) Ungkapkan T_n dalam bentuk termudah, dalam sebutan a , b dan n . [2 markah]
Express T_n in simplest form, in terms of a , b and n . [2 marks]
- (b) Diberi bahawa $S_4 = 44$ dan $S_8 = 152$. Cari nilai a dan nilai b . [3 markah]
Given that $S_4 = 44$ and $S_8 = 152$ Find the values of a and b [3 marks]
- (c) Cari beza sepunya [3 markah]
Find the common different [3 marks]

6 (a)	$T_n = S_n - S_{n-1}$ $T_n = an^2 + bn - [a(n-1)^2 + b(n-1)]$ $T_n = 2an - a + b$
6 (b)	$16a + 4b = 44 \text{ atau } 64a + 8b = 152$ $64a + 2(44 - 16a) = 152 \text{ Penghapusan/Penggantian}$ $a = 2 \text{ dan } b = 3$
6 (c)	$T_n = 4n + 1$ $T_1 = 4(1) + 1 \text{ atau } T_2 = 4(2) + 1 \text{ atau}$ $T_1 = S_1 = 2(1)^2 + 3(1) \text{ atau } S_2 = 2(2)^2 + 3(2)$ $d = 9 - 5 \text{ atau } d = T_n - T_{n-1}$ $d = 4$

Q4: MIMS (KELANTAN SET 2)

Rajah 5 menunjukkan beberapa sektor bulatan berpusat O .

Diagram 5 shows several sectors of circle with centre O .



Rajah 5

Diagram 5

Jejari setiap sektor bertambah sebanyak 5 cm berbanding dengan jejari sektor sebelumnya.

The radius of each sector increases 5 cm compared to the radius of previous sector.

Cari

Find

(a) jejari sektor ke n jika luas nya ialah $153\frac{1}{8}\pi \text{ cm}^2$, [2 markah]

the radius of the n^{th} sector if the area is $153\frac{1}{8}\pi \text{ cm}^2$, [2 marks]

(b) jumlah panjang lengkok dalam cm, bagi 30 sektor pertama. [4 markah]

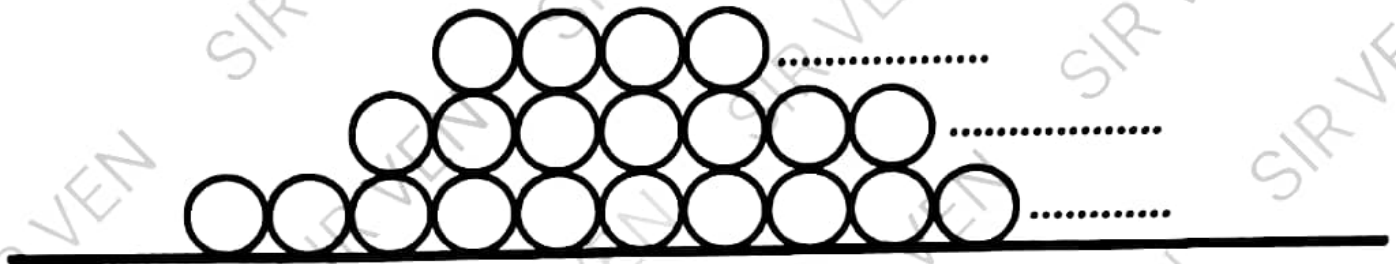
the sum of the arc lengths, in cm, of the first 30 sectors. [4 marks]

Jawapan / Answer:

Q5: MIMS KELANTAN (SET 1)

Rajah 3 menunjukkan sebahagian daripada susunan cakera bulat yang bersaiz sama yang digunakan untuk menghias suatu dinding. Bilangan cakera setiap baris berkurangan tiga daripada baris sebelumnya.

Diagram 3 shows part of the arrangement of circular discs of the equal size, used to decorate a wall. Each subsequent row is three discs less than the previous ones.



Rajah 3

Diagram 3

Hitung,

Calculate,

- (a) bilangan cakera pada baris pertama jika bilangan cakera pada baris ke-9 adalah 122, [2 markah]

the number of discs on the first row if the number of discs on the ninth row are 122,

[2 marks]

- (b) jumlah cakera daripada baris ke-5 hingga baris ke-10, [3 markah]

the total of discs from the fifth row until the tenth row,

[3 marks]

- (c) bilangan maksimum baris yang boleh dibentuk, [2 markah]

the maximum numbers of row that can be formed,

[2 marks]

- (d) jumlah kos minimum yang diperlukan untuk melengkapkan hiasan, jika harga setiap cakera ialah RM0.80. [2 markah]

the total minimum cost needed to complete the decoration, if the cost of each disc is

RM0.80.

[2 marks]

Jawapan / Answer:

$$T_9 = a + 8(-3) = 122$$

$$a = 146$$

$$(b) \quad \frac{10}{2}[2(146) + 9(-3)] - \frac{4}{2}[2(146) + 3(-3)] \\ = 759$$

$$(c) \quad 146 + (n-1)(-3) > 0 \\ n = 49$$

$$(d) \quad \frac{49}{2}[2(146) + 48(-3)] \\ 3626 \times 0.80 \\ 2900.80$$

Q6: SBP (ASRAMA)

- (a) Diberi bahawa x , y dan z adalah tiga sebutan berturut bagi suatu jangjang geometri. Tunjukkan bahawa $\log x$, $\log y$ dan $\log z$ adalah tiga sebutan berturut bagi suatu jangjang aritmetik.

It is given that x , y and z are three consecutive terms of a geometric progression. Show that $\log x$, $\log y$ and $\log z$ are three consecutive terms of an arithmetic progression.

[2 markah]

[2 marks]

- (b) Dalam satu permainan kuiz matematik, peserta-peserta dibenarkan menjawab soalan secara berturut-turut. Setiap soalan berturutan yang dijawab dengan betul bernilai RM1, RM2, RM4 dan seterusnya. Permainan akan dihentikan sekiranya peserta memberi jawapan yang salah. Peserta hanya menerima $\frac{1}{10}$ daripada jumlah kemenangan yang diperoleh.

In a math quiz game, participants are allowed to answer questions consecutively. Each consecutive question answered correctly is worth RM1, RM2, RM4 and so on. The game will be stopped if the participant gives the wrong answer. Participants only receive $\frac{1}{10}$ from the total amount of winnings earned.

- (i) Hitung wang yang dimenangi oleh Rayyan bagi soalan ke-10 yang dijawab dengan betul.

Calculate the money won by Rayyan for the 10th question that was answered correctly.

- (ii) Ben telah memenangi hadiah tertinggi dalam permainan ini iaitu RM1638.30. Hitung bilangan soalan yang telah dijawab oleh Ben dengan betul.

Ben has won the highest prize in this game which is RM1638.30. Calculate the number of questions he answered correctly.

[5 markah]

[5 marks]

Q7: TERENGGANU

Hasil tambah tiga sebutan pertama bagi suatu jangjang geometri ialah 8 kali hasil tambah tiga sebutan yang berikutnya.

The sum of the first three terms of a geometric progression is 8 times the sum of the next three terms.

(a) Cari nisbah sepunya jangjang itu.

[3 markah]

Find the common ratio of the progression.

[3 marks]

(b) Diberi hasil tambah bagi tiga sebutan pertama melebihi hasil tambah bagi tiga sebutan yang berikutnya sebanyak 98. Berdasarkan jawapan di 5(a), cari

Given the sum of the first three terms exceeds the sum of the next three term by 98.

Based on the answer in 5(a), find

(i) sebutan pertama jangjang itu,

the first term of the progression,

(ii) hasil tambah hingga ketakterhinggaan jangjang itu.

the sum to infinity of the progression.

[4 markah]

[4 marks]

$$(a) \quad a + ar + ar^2 = 8(ar^3 + ar^4 + ar^5)$$

$1 + r + r^2 = 8r^3(1 + r + r^2)$ dan selesaikan

$$r = \frac{1}{2}$$

$$(b) (i) \quad a + ar + ar^2 - (ar^3 + ar^4 + ar^5) = 98$$

$$a + a\left(\frac{1}{2}\right) + a\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(a\left(\frac{1}{2}\right)^3 + a\left(\frac{1}{2}\right)^4 + a\left(\frac{1}{2}\right)^5\right) = 98$$

$$a = 64$$

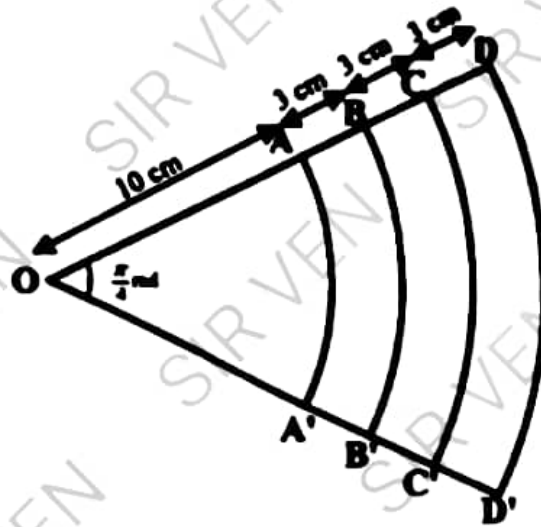
$$(ii) \quad S_{\infty} = \frac{64}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= 128$$

Q8: YIK KELANTAN

Rajah 1 menunjukkan beberapa sektor bagi bulatan sepusat di O . Jejari untuk setiap sektor bertambah 3 cm berbanding sebelumnya.

Diagram 1 shows some sectors of a concentric circle at O . The radius for each sector is increased by 3 cm compared to before.



Rajah 1
Diagram 1

Diberi luas sektor ke- n ialah $512\pi \text{ cm}^2$, jejari sektor pertama, $OA = 10 \text{ cm}$ dan

$$\angle AOA' = \frac{\pi}{4} \text{ rad}.$$

Given the area of the n -th sector is $512\pi \text{ cm}^2$, the radius of the first sector,

$$OA = 10 \text{ cm and } \angle AOA' = \frac{\pi}{4} \text{ rad}.$$

Cari

Find

- (a) jejari, dalam cm sektor ke- n , dalam sebutan n ,
radius, in cm of the n -th sector, in terms of n , [2 markah]
[2 marks]
- (b) nilai n ,
value of n , [2 markah]
[2 marks]
- (c) hasil tambah panjang lengkok, dalam sebutan π bagi 20 sektor pertama.
the sum of the arc lengths, in term of π , of the first 20 sectors. [3 marks]
[3 markah]

Q9: SABK (AGAMA)

Suatu jangjang aritmetik mempunyai 12 sebutan. Hasil tambah bagi sebutan-sebutan ganjil ialah 114 dan hasil tambah bagi sebutan-sebutan genap ialah 132. Cari

An arithmetic progression has 12 terms. The sum of the odd terms is 114 and the sum of the even terms is 132. Find

(a) beza sepunya,
common difference,

[3 markah]

[3 marks]

(b) sebutan pertama.
first term.

[2 markah]

[2 marks]

(a) Sebutan $n, T_n = a + (n-1)d$

$$T_1 + T_3 + T_5 + T_7 + T_9 + T_{11} = 114$$

$$6a + 30d = 114$$

$$T_2 + T_4 + T_6 + T_8 + T_{10} + T_{12} = 132$$

$$6a + 36d = 132$$

$$d = 3$$

(b)

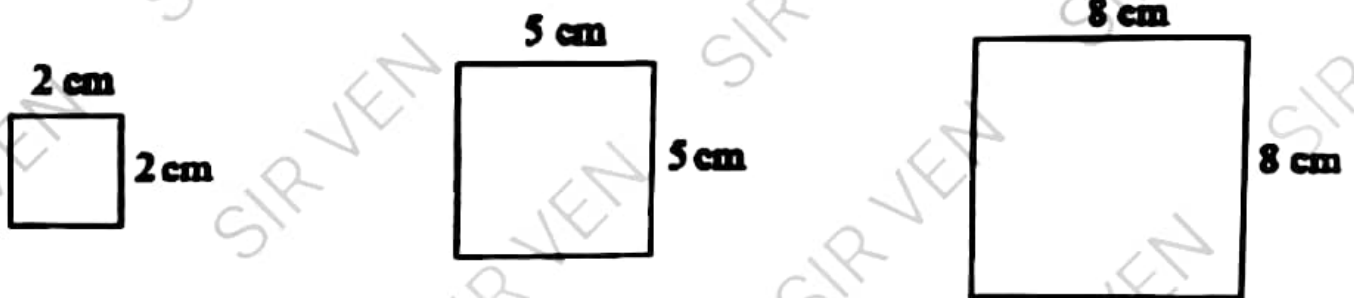
$$a = \frac{114 - 90}{6}$$

$$a = 4$$

Q10 : PERLIS

Rizuan diberi seutas dawai dengan panjang 4 meter. Dia memotong dawai itu kepada beberapa bahagian. Setiap bahagian akan dibengkokkan untuk membentuk satu segi empat sama. Rajah 2 menunjukkan tiga buah segi empat sama yang pertama yang dibentuk oleh Rizuan. Cari

Rizuan is given a piece of wire of length 4 meters. He cuts the wire into several pieces. Each piece is bent to form a square. Diagram 2 shows the first three squares made by Rizuan. Find



Rajah 2/ Diagram 2

- (a) bilangan segi empat sama yang boleh dibentuk oleh Rizuan?
how many squares that can be made by Rizuan?

[4 markah / 4 marks]

- (b) panjang dawai bahagian terpanjang
the length of the wire of the longest part

[2 markah / 2 marks]

Jawapan/ Answer :

2

(a)

$$a = 8 \text{ atau } d = 12$$

P1

$$\frac{n}{2}[2(8) + (n - 1)12] = 400$$

K1

$$(n - 8)(3n + 2) = 0$$

K1

8

N1

(b)

$$T_8 = 8 + 7(12)$$

K1

92

K1

Q11: MELAKA

- (a) Diberi bahawa $x^5, x^{10}, x^{15}, x^{20}, \dots$ ialah suatu jangjang geometri dengan keadaan $0 < x < 1$. Hasil tambah hingga ketakhinggaan jangjang ini ialah $\frac{1}{31}$. Cari

*It is given that $x^5, x^{10}, x^{15}, x^{20}, \dots$ is a geometric progression such that $0 < x < 1$.
The sum to infinity of this progression is $\frac{1}{31}$. Find*

- (i) nisbah sepunya jangjang ini dalam sebutan x ,
the common ratio of this progression in terms of x ,

[2 markah]

[2 marks]

- (ii) nilai x .
the value of x .

[2 markah]

[2 marks]

- (b) Diberi suatu jangjang geometri terbentuk daripada tiga nombor positif dengan $r > 1$. Jika sebutan kedua jangjang geometri tersebut digandakan, jujukan nombor yang baru akan membentuk suatu jangjang aritmetik. Cari nisbah sepunya bagi jangjang geometri tersebut.

*Given a geometric progression is formed by three positive numbers which $r > 1$.
If the second term of the geometric progression is doubled, the new numbers form an arithmetic progression. Find the common ratio of the geometric progression.*

[3 markah]

[3 marks]

3(a) i)

$$\frac{x^{10}}{x^5} \text{ atau } \frac{x^{15}}{x^{10}} \text{ atau } \frac{x^{20}}{x^{15}}$$

$$x^5$$

(a) ii)

$$\frac{1}{31} = \frac{x^5}{1 - x^5}$$

$$\frac{1}{2}$$

(b)

$$2ar - a = ar^2 - 2ar$$

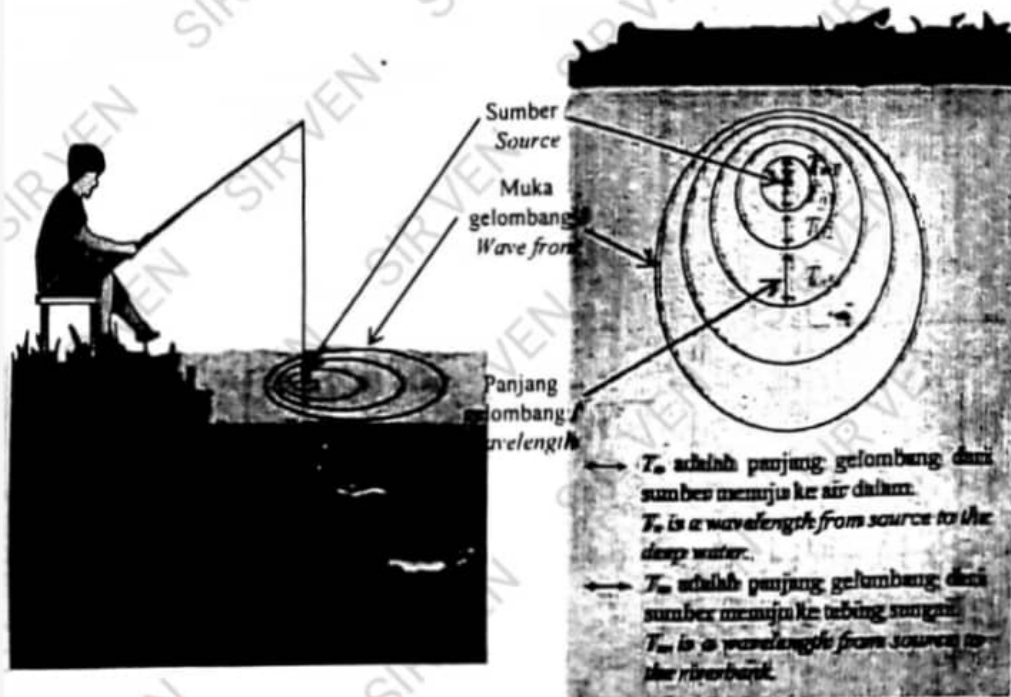
$$\frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$2 + \sqrt{3} \quad \text{or equivalent}$$

Q12: MRSM

Rajah 1(a) menunjukkan muka gelombang yang terbentuk selepas umpan dijatuhkan ke dalam sebuah sungai. Rajah 1(b) menunjukkan pandangan atas bagi muka gelombang yang terbentuk di atas permukaan air sungai tersebut. Kedua-dua jenis panjang muka gelombang membentuk suatu jangjang geometri.

Diagram 1(a) shows a wave front formed after bait is dropped into a river. Diagram 1(b) shows the plan of the wave front formed on the surface of the river. Both type of wavelengths formed a geometric progression.



Rajah 1(a) / Diagram 1(a)

Rajah 1(b) / Diagram 1(b)

- (a) Diberi hasil tambah panjang gelombang dari sumber menuju ke air dalam ialah

$$S_n = \frac{5}{2} + 3(2^{n-1} - 1).$$

Cari

Given that the sum of the wavelength from the source towards the deep water is

$$S_n = \frac{5}{2} + 3(2^{n-1} - 1).$$

Find

- panjang gelombang yang pertama.
the first wavelength.
- nisbah sepunya jangjang ini.
the common ratio of this progression.

[4 markah]

- (b) Diberi bahawa $9T_4 = 10T_5$ dan panjang gelombang pertama dari sumber menuju ke tebing sungai ialah 1 cm, cari jumlah jarak panjang gelombang apabila muka gelombang berhenti terbentuk.

[3 markah]

Given that $9T_4 = 10T_5$, and the first wavelength from the source towards the riverbank is 1 cm, find the total distance of the wavelength when the wave front stops forming.

[3 marks]

as $(T_m + T_n) = \text{the first wavelength}$

a) (ii) 1 : 3 .

Q13: JOHOR

Radesh ditawarkan kerja di dua buah syarikat, X dan Y. Syarikat X menawarkan gaji RM 45 500 setahun dengan kenaikan gaji tahunan RM 500 manakala syarikat Y menawarkan gaji RM 40 300 setahun dengan kenaikan gaji 7%.

Radesh has been offered a job in two companies, X and Y. Company X offers him an income of RM 45 500 per annum with RM 500 yearly increment while company Y offers an income of RM 40 300 per annum with 7% yearly increment.

- (a) Berdasarkan gaji dan kenaikan yang ditawarkan oleh kedua-dua syarikat itu, tentukan skim penggajian syarikat manakah yang mengikut
Based on the salaries and promotions offered by the two companies, determine which company's salary scheme follows

(i) suatu janjang geometri.
a geometry progression.

[3 markah/marks]

- (b) Cari gaji bulanannya masing-masing jika dia bekerja selama 5 tahun di syarikat X atau Y.
Find his monthly salary if he works for 5 years in company X or Y.

[2 markah/marks]

- (c) Radesh memilih syarikat yang menawarkan jumlah gaji yang lebih itu. Sepanjang tempoh bekerja di syarikat itu, dia menyimpan 13% daripada gaji tahunannya di dalam bank. Hitung amaun yang disimpan di dalam bank selepas 10 tahun tanpa mengira bunga bank.
Radesh choose the company that offered the higher salary amount. During his tenure at the company, he kept 13% of his annual salary in the bank. Calculate the amount deposited in the bank after 10 years regardless of bank interest.

[2 markah/marks]

Jawapan / Answer:

(a) Untuk Syarikat X:

$$a = 45\,500 \text{ dan } d = 500$$

Untuk syarikat Y:

$$a = 40300 \text{ dan } r = 1.07$$

Maka, skim penggajian syarikat Y yang mengikut suatu jangjang geometri.

(b) Untuk syarikat X:

$$\begin{aligned} T_5 &= 45\,500 + (5 - 1)(500) \\ &= 47\,500 \end{aligned}$$

Untuk syarikat Y:

$$\begin{aligned} T_5 &= 40300(1.07)^{5-1} \\ &= 52825.08 \end{aligned}$$

(c) Untuk syarikat Y:

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
gaji tahunan ke-n	40300	43121	46139.4	49369.2	52825.0	56522.83	60479.43	64712.99	69242.9	740
		5605.7	5998.13	3	8				9001.57	
15%	5239	3	1	6418	6867.26	7347.969	7862.326	8412.689	7	963

Jumlah untuk 10 tahun =

$$\begin{aligned} &5239 + 5605.73 + 5998.131 + 6418 + 6867.26 + 7347.969 + 7862.326 + 8412.689 + 9001.577 + 9631.688 \\ &= 72384.37 \end{aligned}$$

ATAU

$$a = 40300, r = 1.07, S_{10}$$

$$S_n = \frac{40300(1.07^{10}-1)}{1.07 - 1}$$

$$S_n = 556802.8528$$

13% disimpan,

$$\begin{aligned} \text{Amaun} &= 556802.8528 \times \frac{13}{100} \\ &= 72384.37 \end{aligned}$$